



Elektronische Schaltungstechnik Übung

2. Teilklausur - *Probeklausur!*

Name: _____

Matr.Nr.: _____

Januar 2022

1 Negativer Widerstand

Auf der Suche nach interessanten Operationsverstärkerschaltungen sind wir auf [1, Schaltung 10] gestoßen. Dort wird behauptet, dass man mit der Schaltung in Abbildung 1 einen "negativen Widerstand" bauen kann. Der Eingangsstrom solle sich zur Eingangsspannung wie in Equation 1 verhalten.

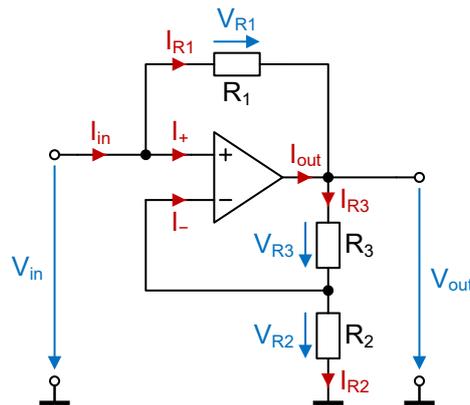


Abbildung 1: Negativer Widerstand.

$$V_{in} = -R_1 \cdot I_{in} \quad (1)$$

Um nachzuvollziehen ob das Ganze überhaupt funktioniert nehmen wir an, dass unser Operationsverstärker folgende (ideale) Eigenschaften besitzt:

- Unendlich hohe Differenzverstärkung $A_{DM} \rightarrow \infty$,
- keine Offsetspannung $V_{offset} = 0 \text{ V}$,
- keine Biasströme $I_+ = I_- = 0 \text{ A}$,
- der Ausgangsstrom I_{out} kann unendlich groß werden,
- unendlich große Ausgangsaussteuergrenzen.

Außerdem vereinfachen wir uns die Schaltung, indem wir $R_2 = R_3 = R$ setzen.

Beantworte die folgenden Fragen im Zuge der Analyse dieser Schaltung:

1a (5 Punkte): Ist der Operationsverstärker in Mit- (positive feedback) oder Gegenkopplung (negative feedback) geschaltet? Begründe wie du zu deiner Schlussfolgerung gekommen bist.

Gegenkopplung.

Zur Erinnerung es gilt: $V_{out} = A_{DM} \cdot (V_{in,p} - V_{in,n})$

Erklärung: Betrachten wir beide Schleifen. Zuerst die obere: Wenn die Spannung am nicht-invertierenden Eingang ansteigt (durch Anstieg von V_{in} als ideale Spannungsquelle), dann steigt auch V_{out} an. Somit sinkt V_{R1} und I_{R1} und I_{in} . Da V_{in} jedoch eine ideale Spannungsquelle ist, bleibt V_{in} und somit die Spannung am nicht-invertierenden Eingang konstant. Damit haben wir hier also weder eine Mit- noch eine Gegenkopplung.

Untere Schleife: Die Spannung am invertierenden Eingang steigt, somit sinkt V_{out} . Damit sinken $V_{R3} + V_{R2}$ und damit $I_{R3} = I_{R2}$ und damit V_{R2} . Somit sinkt auch die Spannung am invertierenden Eingang wieder, entgegengesetzt zur Annahme am Start.

1b (8 Punkte): Leite den Zusammenhang zwischen V_{in} und I_{in} aus Equation 1 her.

Herleitung V_{in} zu I_{in} . Wir müssen also alle anderen Terme ersetzen, mit Ausnahme der Widerstände.

Starten wir mit der Formel der Verstärkung des Operationsverstärkers.

$$V_{out} = A_{DM} \cdot (V_{in} - V_R) = A_{DM} \cdot \left(V_{in} - \frac{V_{out}}{2} \right) \quad (2)$$

$$V_{out} \cdot \left(1 + \frac{A_{DM}}{2} \right) = A_{DM} \cdot V_{in} \quad (3)$$

$$V_{out} = V_{in} \cdot \left(\frac{A_{DM}}{1 + \frac{A_{DM}}{2}} \right) \quad (4)$$

Maschengleichung.

$$V_{in} = V_{R1} + V_{out} \quad (5)$$

$$V_{in} = I_{in} \cdot R_1 + V_{in} \cdot \left(\frac{A_{DM}}{1 + \frac{A_{DM}}{2}} \right) \quad (6)$$

$$V_{in} \cdot \left(1 - \frac{A_{DM}}{1 + \frac{A_{DM}}{2}} \right) = I_{in} \cdot R_1 \quad (7)$$

$$\frac{V_{in}}{I_{in}} = \frac{R_1}{1 - \frac{A_{DM}}{1 + \frac{A_{DM}}{2}}} = \quad (8)$$

$$= \frac{R_1}{1 - \frac{1}{\frac{1}{A_{DM}} + \frac{1}{2}}} = \quad (9)$$

$$\stackrel{A_{DM} \rightarrow \infty}{=} \frac{R_1}{1 - \frac{1}{\frac{1}{2}}} = -1 \cdot R_1 \quad (10)$$

1c (12 Punkte): Berechne alle Ströme und Spannungen der Schaltung bei einer Eingangsspannung von $V_{in} = 1\text{ V}$. Dazu nehmen wir an, dass $R_2 = R_3 = R = 1\text{ k}\Omega$ und $R_1 = 1\text{ k}\Omega$ betragen. Zur Orientierung sind im Folgenden alle gesuchten Größen aufgelistet:

- | | | | |
|------------------------------------|-----------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> V_{in} | <input type="checkbox"/> V_{R2} | <input type="checkbox"/> I_{out} | <input type="checkbox"/> I_{R1} |
| <input type="checkbox"/> V_{out} | <input type="checkbox"/> V_{R3} | <input type="checkbox"/> I_+ | <input type="checkbox"/> I_{R2} |
| <input type="checkbox"/> V_{R1} | <input type="checkbox"/> I_{in} | <input type="checkbox"/> I_- | <input type="checkbox"/> I_{R3} |

Bekannt:

$$V_{in} = 1\text{ V} \quad (11)$$

$$I_+ = I_- = 0\text{ A} \quad (12)$$

Berechnet:

$$I_{in} = I_{R1} = \frac{V_{in}}{-R_1} = -1\text{ mA} \quad (13)$$

$$V_{R1} = I_{R1} \cdot R_1 = -1\text{ V} \quad (14)$$

$$V_{out} = V_{in} - V_{R1} = 2\text{ V} \quad (15)$$

$$I_{R2} = I_{R3} = \frac{V_{out}}{R_2 + R_3} = 1\text{ mA} \quad (16)$$

$$V_{R2} = R_2 \cdot I_{R2} = 1\text{ V} \quad (17)$$

$$V_{R3} = R_3 \cdot I_{R3} = 1\text{ V} \quad (18)$$

$$I_{out} = I_{R2} - I_{R1} = 2\text{ mA} \quad (19)$$

1d (5 Punkte): Nehmen wir nun an, dass der Operationsverstärker eine gewisse Offsetspannung V_{offset} (Vorzeichen unbekannt) hat. Wie sieht dann die Abhängigkeit des Eingangsstromes von der Eingangsspannung $I_{in}(V_{in})$ aus?

Wir können die Offsetspannung beispielsweise an den invertierenden Eingang hängen, somit ergibt sich folgendes:

$$V_{R2} = V_{in} \mp V_{offset} \quad (20)$$

$$V_{R3} = V_{in} \mp V_{offset} \quad (21)$$

$$V_{out} = 2 \cdot (V_{in} \mp V_{offset}) \quad (22)$$

$$V_{R1} = V_{in} - V_{out} \quad (23)$$

$$I_{R1} \cdot R_1 = V_{in} - 2 \cdot (V_{in} \mp V_{offset}) = -V_{in} \pm 2 \cdot V_{offset} \quad (24)$$

$$I_{in} = \frac{-V_{in} \pm 2 \cdot V_{offset}}{R_1} = \frac{V_{in}}{-R_1} \mp \frac{V_{offset}}{-R_1} \quad (25)$$

2 Astabile Kippstufe

In dieser Teilaufgabe wollen wir eine astabile Kippstufe wie in Abbildung 2 betrachten.

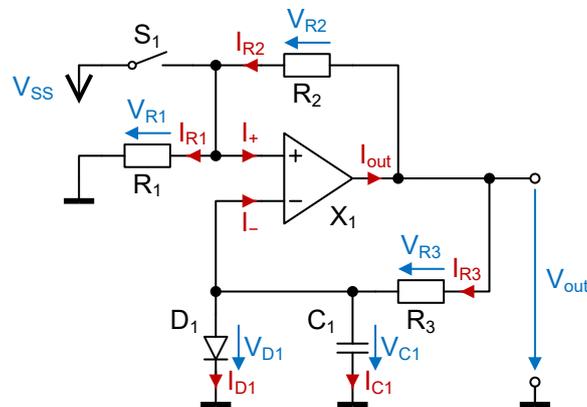


Abbildung 2: Astabile Kippstufe.

Der Operationsverstärker soll als ideal angenommen werden und soll dabei mit $V_{DD} = 5\text{V}$ und $V_{SS} = -5\text{V}$ versorgt werden und hat einen rail-to-rail Output (kann bis zu den Versorgungsspannungen angesteuert werden). Die Widerstände sollen mit $R_1 = R_2 = R_3 = 1\text{k}\Omega$ angenommen werden. Die Kapazität hat einen Wert von $C = 1\text{ }\mu\text{F}$. Die Diode verhält sich ideal und hat in Vorwärtsrichtung einen Spannungsabfall von $V_D = 0.7\text{V}$.

Beantworte die folgenden Fragen im Zuge der Analyse dieser Schaltung:

2a (2 Punkte): Ist der Operationsverstärker (mit R_1 und R_2 , ohne RC-Netzwerk) in Mitkopplung (positive feedback) oder Gegenkopplung (negative feedback) geschaltet? Begründe wie du zu deiner Schlussfolgerung gekommen bist.

Kurzantwort: Mitkopplung.

Begründung: Überlegen wir uns, was passiert, wenn der nicht-invertierende Eingang $V_{in,p}$ größer wird. $V_{in,p}$ steigt $\rightarrow V_{out}$ steigt $\rightarrow V_{R2}$ steigt $\rightarrow I_{R2}$ steigt $\rightarrow I_{R1}$ steigt $\rightarrow V_{R1}$ steigt $\rightarrow V_{in,p}$ wird wieder größer.

2b (4 Punkte): Welcher der Zustände $V_{out} = 5\text{V}$ oder $V_{out} = -5\text{V}$ ist der stabile Zustand bzw. Arbeitspunkt, welchen die Schaltung bei offenem Schalter nicht mehr verlassen kann? Begründe deine Entscheidung.

Kurzantwort: $V_{out} = 5\text{ V}$ ist der stabile Zustand.

Begründung: Unser Schmitt-Trigger, der durch den OPV X_1 und die Widerstände R_1 und R_2 gebildet wird, kann am nicht-invertierenden Eingang $V_{in,p}$ zwei mögliche Spannungen haben $V_{in,p} = 2.5\text{ V}$ bei $V_{out} = 5\text{ V}$ (1. Fall) oder $V_{in,p} = -2.5\text{ V}$ bei $V_{out} = -5\text{ V}$ (2. Fall). Das heißt, wenn der invertierende Eingang über (1. Fall) oder unter (2. Fall) die Spannung von $V_{in,p}$ kommt, dann kippt die Schaltung.

Betrachten wir nun den 1. Fall: Wenn $V_{out} = 5\text{ V}$ ist, dann liegen bei $V_{in,p} = 2.5\text{ V}$ an. Bei $V_{in,n}$ kann aber maximal eine Spannung von $V_{in,n} = V_D = 0.7\text{ V}$ anliegen. Das heißt wir können mit $V_{in,n}$ nie über $V_{in,p}$ kommen und somit kann der Schmitt-Trigger nicht von selbst kippen.

Betrachten wir noch den 2. Fall: Wenn $V_{out} = -5\text{ V}$ ist, dann liegen bei $V_{in,p} = -2.5\text{ V}$ an. Die Spannung $V_{in,n}$ sieht, da sie negativ ist, und das andere Ende der Diode auf GND liegt die Diode als Leerlauf. Das heißt der Kondensator kann sich theoretisch bis $V_{C1} = -5\text{ V}$. Aber der Schmitt-Trigger wird bei $V_C = -2.5\text{ V}$ kippen.

Somit ist der 1. Fall der stabile Zustand.

2c (10 Punkte): Berechne den DC Arbeitspunkt, für den stabilen Arbeitspunkt. Zur Orientierung: Wir suchen folgende Größen:

- | | | | |
|------------------------------------|------------------------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|
| <input type="checkbox"/> V_{out} | <input type="checkbox"/> V_{C1} | <input type="checkbox"/> I_- | <input type="checkbox"/> I_{D1} |
| <input type="checkbox"/> V_{R1} | <input type="checkbox"/> V_{D1} | <input type="checkbox"/> I_{R1} | <input type="checkbox"/> I_{C1} |
| <input type="checkbox"/> V_{R2} | <input type="checkbox"/> I_{out} | <input type="checkbox"/> I_{R2} | |
| <input type="checkbox"/> V_{R3} | <input type="checkbox"/> I_+ | <input type="checkbox"/> I_{R3} | |

Bekannt:

$$V_{out} = 5\text{ V} \quad (26)$$

$$I_+ = I_- = 0\text{ A} \quad (27)$$

Berechnet:

$$V_{R1} = V_{in,p} = 2.5 \text{ V} \quad (28)$$

$$I_{R1} = \frac{V_{R1}}{R_1} = 2.5 \text{ mA} \quad (29)$$

$$I_{R2} = I_{R1} = 2.5 \text{ mA} \quad (30)$$

$$V_{R2} = I_{R2} \cdot R_2 = 2.5 \text{ V} \quad (31)$$

$$V_{D1} = V_{C1} = V_D = 0.7 \text{ V} \quad (32)$$

$$V_{R3} = V_{out} - V_{D1} = 4.3 \text{ V} \quad (33)$$

$$I_{R3} = \frac{V_{R3}}{R_3} = 4.3 \text{ mA} \quad (34)$$

$$I_{C1} = 0 \text{ A} \quad (35)$$

$$I_{D1} = I_{R3} = 4.3 \text{ mA} \quad (36)$$

$$I_{out} = I_{R3} + I_{R2} = 5.3 \text{ mA} \quad (37)$$

2d (3 Punkte): Zum Zeitpunkt $t_0 = 0 \text{ s}$ wird der Schalter für eine gewisse kurze Zeit t_c , geschlossen. Wie groß sind die Spannungen kurz nach dem Schließen des Schalters, nachdem der Operationsverstärker bereits auf das neue Eingangssignal reagiert hat, aber noch vor dem Umladen des Kondensators? Zur Orientierung: Wir suchen folgende Größen:

 V_{out} V_{R2} V_{C1} V_{R1} V_{R3} V_{D1}

Bekannt:

$$V_{out} = -5 \text{ V} \quad (38)$$

$$(39)$$

Bleibt gleich, weil Kapazität noch nicht umgeladen:

$$V_{D1} = V_{C1} = 0.7 \text{ V} \quad (40)$$

$$V_{R3} = V_{out} - V_{D1} = -5.7 \text{ V} \quad (41)$$

Geändert:

$$V_{R1} = V_{in,p} = -5 \text{ V} \quad (42)$$

$$V_{R2} = 0 \text{ V} \quad (43)$$

2e (4 Punkte): Wie wird sich der Kondensator umladen? Bitte sowohl qualitativ als Text, als auch quantitativ mit einer Formel $v_C(t)$ beschreiben.

Der Kondensator startet auf $v_C(t = 0 \text{ s}) = 0.7 \text{ V}$ und wird sich dann über $V_{out} = -5 \text{ V}$ in Richtung -5 V exponentiell entladen. Über die Diode fließt kein Strom, da sobald sich der Kondensator entlädt die Spannung über die Diode $V_{D1} < V_D$ ist.

Formel: Wir wissen, dass die Kondensatorspannungen an einem Tiefpass sich folgendermaßen verhalten:

$$v_C(t) = (V(t = 0 \text{ s}) - V(t \rightarrow \infty)) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} + V(t \rightarrow \infty) \quad (44)$$

Die Zeitkonstante ist $\tau = R_3 \cdot C_1$. Die Spannung tendiert also von der Anfangsspannung $V(t = 0 \text{ s}) = V_D = 0.7 \text{ V}$ (e Funktion ergibt 1) zur Endspannung $V(t \rightarrow \infty) = V_{SS} = -5 \text{ V}$ (e Funktion wird zu 0).

Somit ergibt sich:

$$v_{C1}(t) = (0.7 \text{ V} + 5 \text{ V}) \cdot e^{-\frac{t}{R_3 C_1}} - 5 \text{ V} \quad (45)$$

2f (2 Punkte): Welche Bedingung(en) müssen erfüllt sein, dass dieser Umladevorgang in diese Richtung stoppt? Es darf angenommen werden, dass die Zeit t_c wesentlich kleiner als die Umladezeit t_1 ist.

Wenn t_c klein ist, dann können wir annehmen, dass der nicht-invertierende OPV-Eingang $V_{in,p}$ nicht vom Schalter, sondern vom Spannungsteiler über V_{out} definiert wird. Damit wird der Kondensator so lange entladen bis der invertierende Eingang $V_{in,n} = -2.5 \text{ V}$ ist.

2g (4 Punkte): Berechne die Umladezeit t_1 .

Umformen der obigen Gleichung nach t . $t = t_1$ und $v_C(t) = V_{down}$.

$$v_C(t) = -2.5 \text{ V} = 5.7 \text{ V} \cdot e^{-\frac{t_1}{R_3 C_1}} - 5 \text{ V} \quad (46)$$

$$t_1 = -R_3 \cdot C_1 \cdot \ln\left(\frac{2.5 \text{ V}}{5.7 \text{ V}}\right) = \quad (47)$$

$$= -1 \text{ k}\Omega \cdot 1 \text{ }\mu\text{F} \cdot \ln\left(\frac{2.5 \text{ V}}{5.7 \text{ V}}\right) = 0.824 \text{ ms} \quad (48)$$

2h (4 Punkte): Nachdem der Operationsverstärker wieder gekippt ist: Berechne die Zeit t_2 , welche der Kondensator benötigt, um wieder zum Anfangspunkt, also dem stabilen Arbeitspunkt zurückzukehren.

Wieder gleiches Vorgehen wie oben, nur mit Zeittransformation und Verwendung von t' :

Zuerst aufstellen einer Formel: Die Zeitkonstante ist $\tau = R_3 \cdot C_1$. Die Spannung tendiert von der Anfangsspannung $V(t' = 0 \text{ s}) = -2.5 \text{ V}$ (e Funktion ergibt 1) zur Endspannung $V(t' \rightarrow \infty) = V_{DD} = 5 \text{ V}$ (e Funktion wird zu 0).

Somit ergibt sich:

$$v_{C1}(t') = (-2.5 \text{ V} - 5 \text{ V}) \cdot e^{-\frac{t'}{R_3 C_1}} + 5 \text{ V} \quad (49)$$

Wir sind am Ausgangspunkt, wenn $V_{C1} = V_D = 0.7 \text{ V}$ ist. Umformen der obigen Gleichung nach t' . $t' = t_2$ und $v_C(t) = V_D$.

$$v_C(t') = 0.7 \text{ V} = (-7.5 \text{ V}) \cdot e^{-\frac{t_2}{R_3 C_1}} + 5 \text{ V} \quad (50)$$

$$t_2 = -R_3 \cdot C_1 \cdot \ln\left(\frac{-4.3 \text{ V}}{-7.5 \text{ V}}\right) = \quad (51)$$

$$= -1 \text{ k}\Omega \cdot 1 \text{ }\mu\text{F} \cdot \ln\left(\frac{-4.3 \text{ V}}{-7.5 \text{ V}}\right) = 0.556 \text{ ms} \quad (52)$$

2i (5 Punkte): Skizziere die Verläufe der Kondensatorspannung $v_{C,1}(t)$ und der Ausgangsspannung $v_{out}(t)$, vor und nach dem kurzen Umschalten, des Schalters S_1 . Dabei sollten zumindest V_{DD} , V_{SS} und die relevanten Umladegrenzen des Kondensators eingezeichnet sein.

Bei der Prüfung reicht eine Handskizze, in der alle gewünschten Größen drin sind, aus. Der nachfolgende Screenshot eines Simulators

beispielsweise würde auch gehen, sollte aber bitte kommentiert werden, damit wir wissen, ob ihr es versteht.

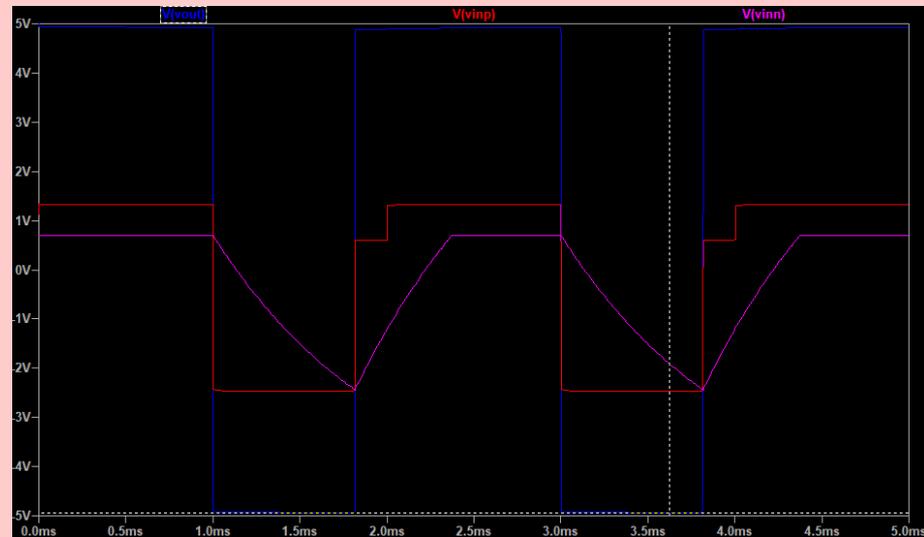


Abbildung 3: Skizze der Spannungsverläufe (2 Schaltvorgänge).

2j (2 Punkte): Wie könnte solch ein idealer Schalter mit elektronischen Bauteilen realisiert werden?

MOSFET, in diesem Fall NMOS, weil ja eine Spannung gegen V_{SS} geschaltet werden soll.

3 Synthese einer Operationsverstärkerschaltung

In dieser Aufgabe wollen wir die folgende mathematische Funktion mit Hilfe einer Schaltung realisieren.

$$y = 4 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4 \quad (53)$$

Dabei sollen die Eingangsgrößen x_1, x_2, x_3, x_4 und die Ausgangsgröße Spannungen darstellen. Es stehen dir für die Realisierung folgende Bauteile zur Verfügung:

- Ein (1) idealer Operationsverstärker,
- beliebig viele Dioden,
- beliebig viele Transistoren,
- beliebig viele Widerstände ab $1 \text{ k}\Omega$,
- beliebig viele Kapazitäten bis zu $10 \mu\text{F}$,
- beliebig viele Induktivitäten bis 100 nH .

Bearbeite folgende Aufgaben:

3a (16 Punkte) Realisiere die gegebene mathematische Funktion, indem du eine passende Schaltung mit den gegebenen Kriterien findest und entsprechend dimensionierst.

Siehe Hausübung, Einheit 7.

3b (7 Punkte) Ist die auch Funktion $y = 11 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4$ mit den oben genannten Kriterien realisierbar? Begründe warum (nicht)?

Siehe Hausübung, Einheit 7.

3c (7 Punkte) Ist die auch Funktion $y = 12 \cdot x_1 - 2 \cdot x_2 - 3 \cdot x_3 - 5 \cdot x_4$ mit den oben genannten Kriterien realisierbar? Begründe warum (nicht)?

Siehe Hausübung, Einheit 7.

Referenzen

- [1] Arrows Electronics Jean Jacques Meneu. *Top 10 Fundamental Op Amp Circuits*. URL: <https://www.arrow.com/en/research-and-events/articles/fundamentals-of-op-amp-circuits>.

Legal Notice

This document is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 International License.
This includes all pictures with the exception of the title page and all logos.