

16 Kanallı Manyetik İndüklenme Tomografisinin Çözünürlük ve Kararlılık Analizi

Resolution and Stability Analysis of 16 Channel Magnetic Induction Tomography

Doğa Gürsoy¹, Hermann Scharfetter²

1. Tıbbi Mühendislik Enstitüsü,
Graz Teknik Üniversitesi
guersoy@tugraz.at

2. Tıbbi Mühendislik Enstitüsü,
Graz Teknik Üniversitesi
hermann.scharfetter@tugraz.at

Özetçe

Manyetik indüklenme tomografisi (MİT) vücudun elektriksel iletkenlik dağılımının geri çatılmasına çalışan düşük çözünürlüklü bir görüntüleme yöntemidir. MİT verici bobinler kullanarak manyetik indüklenme yoluyla istenilen bölgede burgaç akımlar yaratır ve bu akımlarının yarattığı ikincil manyetik alan bir dizi alıcı bobin kullanılarak ölçülür. Bu çalışmada, 16 kanallı tipik bir MİT sisteminin çözünürlük ve kararlılık analizi, duyarlılık matrisinin tekil değer ayrışımı temel alınarak gerçekleştirilmiştir. Değişik sinyal gürültü oranlarında sistemin performansı incelenmiştir. Ayrıca, bu çalışmada kullanılan analizlerin ileride en iyi deney tasarımı yöntemlerine bir temel oluşturacağı düşünülmüştür.

Abstract

Magnetic induction tomography (MIT) is a low resolution imaging modality which attempts to reconstruct the electrical conductivity distribution in the body. MIT uses magnetic induction to generate eddy currents in a region of interest via transMITter coils and the secondary magnetic field due to the eddy currents is measured by an array of receiver coils. In this work, the resolution and stability analysis of a typical 16 channel MIT system were realized based on a singular value decomposition of the sensitivity matrix. The performance of the system for different levels of signal to noise ratio was investigated. Additionally, the used analysis was thought to be a guide for the optimum experiment design methods in the future.

1. Giriş

Manyetik indüklenme tomografisi (MİT) vücuttaki dokuların iletkenliğini görüntülemek için önerilen bir görüntüleme metodudur [1]-[3]. Vücudu çevreleyen bir dizi verici bobin vücutta indüklenme yoluyla burgaç akımlara sebep olur. İndüklenen akımlar ikincil bir manyetik alan oluşturur ve bir dizi alıcı bobinin üzerinde gerilim indüklerler. Bu gerilim ölçümleri kullanılarak vücudun iletkenlik dağılımı tahmin edilmeye çalışılır (ters problem). Metod vücuttan tamamen

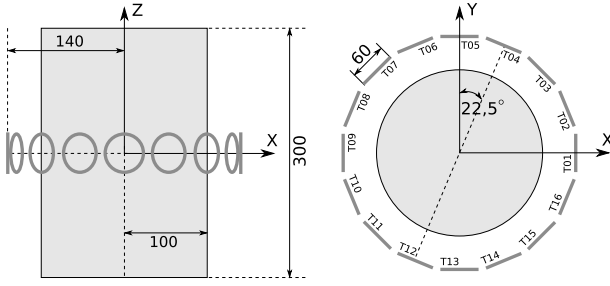
temassız olup manyetik rezonans imgesi ya da bilgisayarlı tomografi gibi cihazlara kıyasla çok daha düşük maliyetli ve taşınabilir boyutlardadır. Diğer elektiriksel empedans görüntüleme cihazlarında olduğu gibi zamansal çözünürlüğü yüksek, fakat uzamsal çözünürlüğü çok düşüktür. Gerek donanımsal zorluklar, gerekse modellemenin karmaşıklığı yüzünden klinik uygulamaları daha henüz bulunmamaktadır. Bu güne kadar çeşitli MİT deney düzenekleri geliştirilmiş [4]-[8] ve bu düzeneklerde agar ve solüsyonlar kullanılarak deneyler gerçekleştirilmiştir. Deney ve benzetimlerde genellikle iletken cismi çevreleyecek şekilde yerleştirilmiş 16 alıcı ve 16 verici bobin kullanılmıştır.

Genellikle MİT ters problemini çözümlerken, MİT ölçümleri ile vücudun iletkenliği arasındaki bağlantı, belirli iletkenlik değişimleri içerisinde, doğrusal olarak kabul edilir ve gradyan tabanlı döngüsel metodlar kullanılır. En yaygın tercih edilen metod Gauss-Newton metodudur, fakat, kıyasla daha yavaş bir metod olan tekil değerler ayrışımı da görüntüleme ve özellikle analiz amaçlı sıklıkla kullanılmaktadır. Ölçüm hataları ve sayısal hatalardan dolayı bu metodlara düzenleme uygulanması gerekmektedir. Bunun için Tikhonov düzenlemesi ya da kırılmış tekil değerler ayrışımı uygulanır. Bu çalışmada, bu doğrusal bağıntı kullanılarak 16 alıcı ve 16 verici bobinli sistemin çözünürlük ve kararlılık analizi yapılmıştır. Analiz için tekil değer ayrışımı yapılarak tekil değer ve vektörleri incelenmiştir. Ters problemi kararlı halde tutmak için farklı sinyal gürültü oranı (SGO) seviyeleri için karşılık gelen kırılma değerleri hesaplanmıştır.

2. Metodlar

2.1. Model

Sistem analizi için tasarlanan model ile verici bobinlerin tasarımı Şekil 1'de gösterilmiştir. Yarıçapı 30 mm olan bir dizi alıcı ve verici bobin silindirik bir cismin çevresine silindire dönük olarak yerleştirilmiştir. Silindir cismin yarıçapı ve yüksekliği sırasıyla 100 mm ve 300 mm olarak belirlenmiştir.



Şekil 1: Yukarıda benzetim için kullanılan silindirik cismin geometrisi ile verici bobinlerin tasarımı gösterilmiştir. Soldaki şekil yandan, sağdaki şekil ise üstten görünümüdür. Bütün birimler mm cinsinden verilmiştir.

2.2. İleri ve ters problem

MİT'nin ileri problemi, iletkenlik dağılımı verilen bir cisim uyarıldığında, alıcı bobinlerde indüklediği gerilimi hesaplamak olarak tanımlanır. Bunun için elektromanyetik bir denklem kümesinin çözümü gereklidir [9]--[12]. Bu çalışmada sonlu elemanlar yöntemi kullanılarak veri benzetimi gerçekleştirilmiştir. Uygulamada genellikle problem doğrusallaştırılır. Ölçümler ile iletkenlik dağılımının ilişkilendiren bağıntı, ölçüm sayısını m , iletken cismin parametresini n kabul ederek, aşağıdaki gibi yazılır,

$$\Delta v = S \Delta \sigma \quad (1)$$

Burada S , $m \times n$ boyutlu bir matris olup, bu matrisin i 'inci elemanı i 'inci ölçümün j 'inci parametreye göre türevini gösterir ve çoğunlukla duyarlılık matrisi olarak adlandırılır.

Buna karşılık gelen ters problem [13] ise ölçümlerden cismin içindeki iletkenlik dağılımını bulmak olarak tanımlanır ve iletkenlik dağılımının çözümü aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$\Delta \sigma = S^+ \Delta v \quad (2)$$

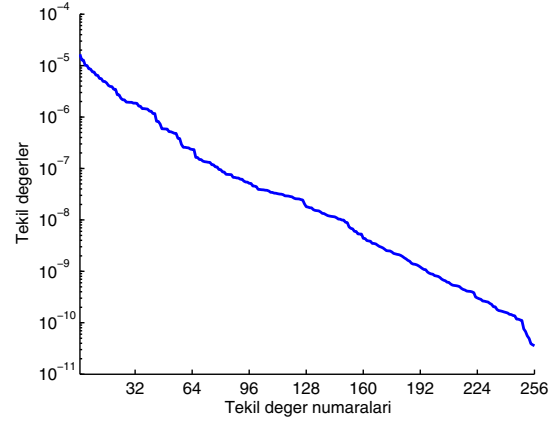
Burada S^+ genelleştirilmiş duyarlılık matrisidir ve genellikle ölçümlerin hata seviyesine göre S 'nin evriğinin kararlı hale getirilmiş halidir. Duyarlılık matrisinin tekil değer ayrışımı yapılarak tekil değer ve vektörleri aşağıda gösterilmiştir,

$$S = U D V^T \quad (3)$$

Burada U ve V , sırasıyla $m \times m$ ve $n \times n$ boyutlu matrisler olup, sütunları ölçüm ve model uzayına taban vektörlerdir. D matrisinin köşegenleri ise tekil değerleri gösterir. Bu ayrıştırma ters probleme uygulandığında iletkenlik dağılımı aşağıdaki şekilde çözülür,

$$\Delta \sigma = V D^+ U^T \Delta v \quad (4)$$

Burada D^+ , D 'nin sıfır olmayan değerlerinin tersleriyle yer değiştirmiş halidir. Şekil 2'de de görüldüğü gibi tekil değerler sıfıra çok hızlı bir şekilde yakınsalar ve bu durum ölçüm hatalarının model uzayında çok fazla artmasına ve çözümü geçersiz hale getirmesine sebep olur. Bu sebepten sadece en büyük k tane tekil değer ve buna karşılık gelen tekil vektörler çözümde kullanılır ve kararsızlığı sağlayan küçük $m-k$ tekil değerler ihmal edilir. Bu yöntemle kırılmış tekil değer ayrıştırması da denir.



Şekil 2: Duyarlılık matrisinin tekil değerleri.

2.3. Çözünürlük ve kararlılık analizi

MİT'de genelde cismin voksel sayısı (bilinmeyen parametreler) veri sayısından çok daha fazladır ve denklem kümesi eksik belirtilmiştir. Bu sebepten iletkenlik dağılımı tam olarak belirlenemez fakat tahmin edilir. Asıl iletkenlik değerleri ile tahmin edilen değerler, aşağıdaki şekilde gösterilir,

$$\Delta \sigma_{tahmin} = S^+ \Delta v_{olcum} = S^+ S \Delta \sigma_{asil} \quad (5)$$

Burada $S^+ S$ çözünürlük matrisidir. Bu matris tekil değer ve vektörleri kullanarak aşağıdaki şekilde ifade edilir,

$$S^+ S = V D^+ U^T U D V^T = V^T D^+ D V^T \quad (6)$$

En iyi çözünürlük matrisi tüm parametrelerin çözünebildiğini varsayan birim matrisidir fakat denklem kümesi eksik belirtildiğinden dolayı asla bu durum sağlanamaz. Ayrıca sistemin ölçüm hatalarında kararlılığını sağlamak için tekil değerlerin belli bir değerden küçük olanları yok sayılır. Bu tekil değerlere karşılık gelen tekil vektörlerin etkisi de ortadan kalkacağı için kararlılığın artmasına karşın çözünürlük azalmaktadır.

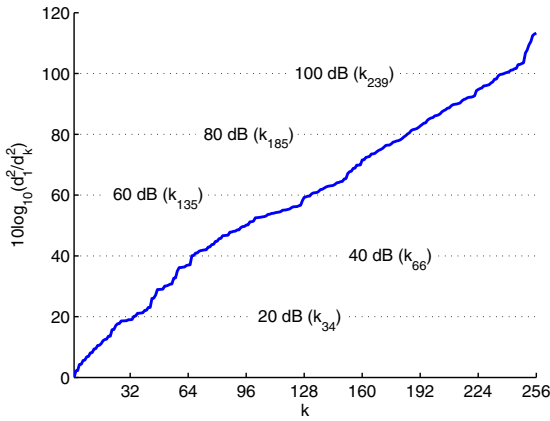
Bu çalışmada en uygun kırma parametresi aşağıdaki eşitsizliği sağlayan en büyük k değerinin saptanmasıyla elde edilmiştir,

$$SGO = 10 \log_{10} \left(\frac{\Delta v_{rms}}{n_{rms}} \right) \geq 10 \log_{10} \left(\frac{d_1^2}{d_k^2} \right) \quad (7)$$

Eşitsizliğin sol tarafı sinyal gürültü oranı (SGO) olarak adlandırılır ve ölçümlerin etkin değerinin, gürültünün etkin değerine oranı şeklinde tanımlanmıştır. d_1 en büyük tekil değerdir ve d_k ise k 'nci büyük tekil değer olarak gösterilmiştir. Şekil 3'te bütün k değerleri için (7)'de verilmiş eşitsizliğin sağ tarafındaki ifade çizilmiştir. 20, 40, 60, 80 ve 100 dB SGO oranları için karşılık gelen maksimum k değerleri bulunmuştur. Bunlar sırasıyla 34, 66, 135, 185 ve 239 olarak bulunmuştur.

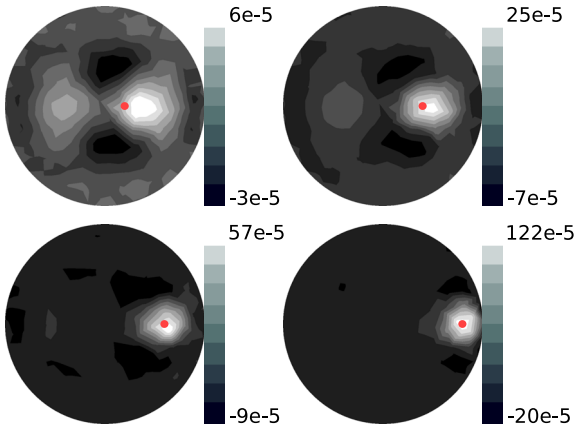
4. Kaynakça

- [1] H. Griffiths, "Magnetic Induction Tomography," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 26, pp. 1126-31, 2001.
- [2] A. J. Peyton *et al.*, "An overview of electromagnetic inductance tomography: description of three different systems," *Meas. Sci. Technol.*, 7, pp. 261-71, 1996.
- [3] A. V. Korjenevsky ve V. A. Cherepenin, "Progress in realization of magnetic induction tomography," *Ann. N Y Acad. of Sci.*, vol. 873, pp. 346-52, 1999.
- [4] A. Korjenevsky, V. Cherepenin, ve S. Sapetsky, "Magnetic induction tomography: Experimental realization," *Physiol. Meas.*, vol. 21, pp. 89-94, 2000.
- [5] H. Scharfetter, H. Lackner, ve J. Rosell, "Magnetic induction tomography: Hardware for multi-frequency measurements in biological tissues," *Physiol. Meas.*, vol. 22, pp. 131-46, 2001.
- [6] B. U. Karbeyaz ve N. G. Gencer, "Electrical Conductivity Imaging via Contactless Measurements: An Experimental Study," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 22, no 5, 2003.
- [7] S. Watson, R. J. Williams, W. Gough ve H. Griffiths, "A magnetic induction tomography system for samples with conductivities below 10 S m⁻¹," *Meas. Sci. Technol.*, vol. 19, 045501, 2008.
- [8] M. Vauhkonen, M. Hamsch ve C. H. Igney, "A measurement system and image reconstruction in magnetic induction tomography," *Physiol. Meas.*, Vol. 29 pp. 445-54, 2008.
- [9] R. Merwa, K. Hollaus, B. Brandstatter ve H. Scharfetter, "Numerical solution of the general 3D eddy current problem for magnetic induction tomography (spectroscopy)," *Physiol. Meas.*, vol. 24, pp. 545-54, 2003.
- [10] N. G. Gencer ve M. N. Tek, "Forward problem solution for electrical conductivity imaging via contactless measurements," *Phys. Med. Biol.*, vol. 44, pp. 927-40, 1999.
- [11] K. Hollaus, C. Magele, R. Merwa ve H. Scharfetter, "Numerical Simulation of the Eddy Current Problem in Magnetic Induction Tomography for Biomedical Applications by Edge Elements," *IEEE Trans. on Magn.*, vol. 40, no. 2, 2004.
- [12] A. Morris, H. Griffiths ve W. Gough, "A numerical model for magnetic induction tomographic measurements in biological tissues," *Physiol. Meas.*, vol. 22, pp. 113-19, 2001.
- [13] R. Merwa, K. Hollaus, P. Brunner ve H. Scharfetter, "Solution of the inverse problem of magnetic induction tomography (MİT)," *Physiol. Meas.*, vol. 26, pp. 241-50, 2005.



Şekil 3: Sistemin farklı SGO değerlerinde kararlılığı sağlamak için uygulanması gereken kırpma değerinin hesaplanmasını gösteren yaklaşım.

Çözünürlük matrisinin sütunları nokta saçılım fonksiyonu diye adlandırılır ve her bir parametrenin dürtü tepkisini ifade eder. Şekil 4'te cismin yüzeyinden 80, 60, 40 ve 20 cm derinlikteki nokta saçılım fonksiyonları gösterilmiştir. Çözünürlük yüzeyde oldukça iyi olup derinlikle beraber hızla azalmaktadır ve çeşitli sistematik bozulmalar gözlemlenmiştir. Bobinlerin simetrik tasarımından ötürü merkezdeki bir noktanın nokta saçılım fonksiyonu birbiriçimli dağılmıştır ve neredeyse sıfırdır.



Şekil 4: Cismin yüzeyinden 80, 60, 40 ve 20 cm derinlikteki nokta saçılım fonksiyonları, sırasıyla, sol üst, sağ üst, sol alt ve sağ alttaki şekillerde gösterilmiştir. Küçük nokta nokta saçılım fonksiyonu hesaplanmış parametreyi göstermektedir.

3. Vargılar

Bu çalışmada 16 kanallı MİT sisteminin çözünürlük ve kararlılık analizi, duyarlılık matrisinin tekil değerler ayrıştırması yapılarak gerçekleştirilmiştir. Değişik sinyal gürültü oranlarında kararlı görüntüler oluşturmak için gereken düzenleme oranları bulunmuş ve sistemin uzamsal çözünürlüğü nokta saçılım fonksiyonları kullanılarak incelenmiştir. Tekil değerlerin analizinin önemi vurgulanmış ve ileride en iyi deney tasarımı yöntemlerine bir temel oluşturacağı düşünülmüştür.